

Indução Futura, Sinalização e Reputação

14.126 Teoria dos Jogos

Sergei Izmalkov

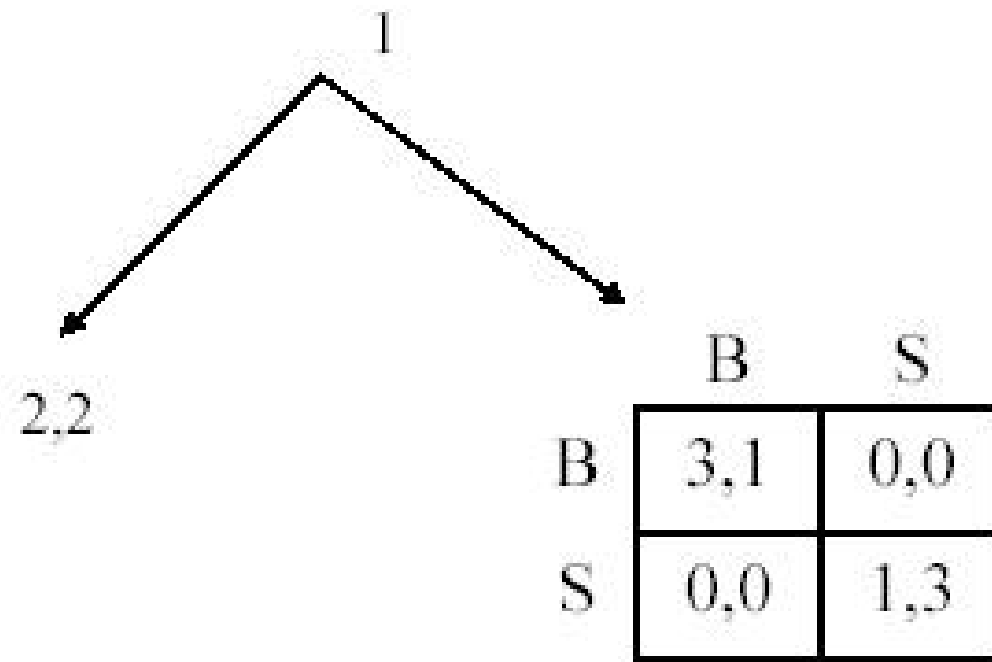
Muhamet Yildiz

Roteiro

1. Indução Futura
2. Sinalizando jogos
 1. Equilíbrios seqüenciais
 2. Critérios intuitivos
3. Reputação
 1. Paradoxo da cadeia de lojas, jogos finitamente repetidos
 2. Jogo de centopéia com informação incompleta
 3. Jogo de impedimento de entrada repetido finitamente com informação incompleta

Indução Futura

A Guerra dos Sexos com opções externas



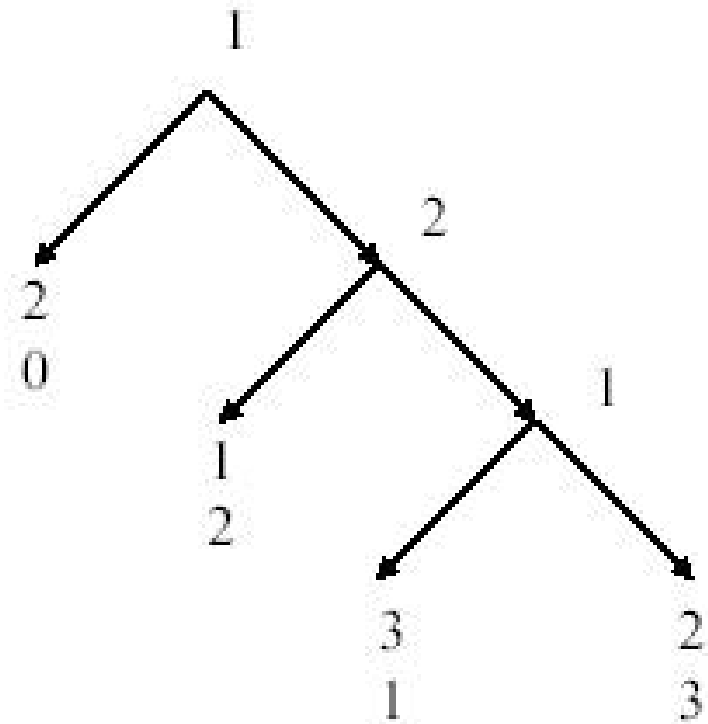
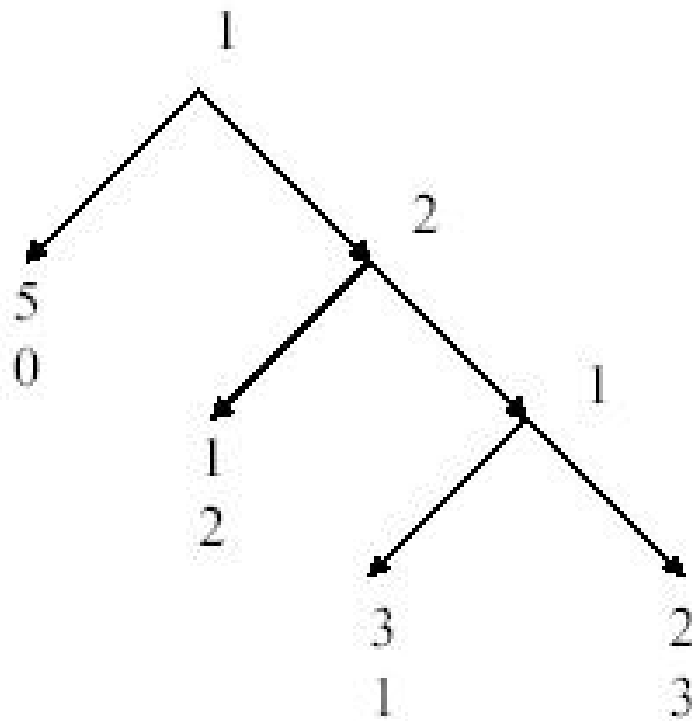
Indução Futura

- Deve-se interpretar as ações como resultados de escolhas conscientes mesmo fora de curso.
- Critério intuitivo
- Teorias errôneas

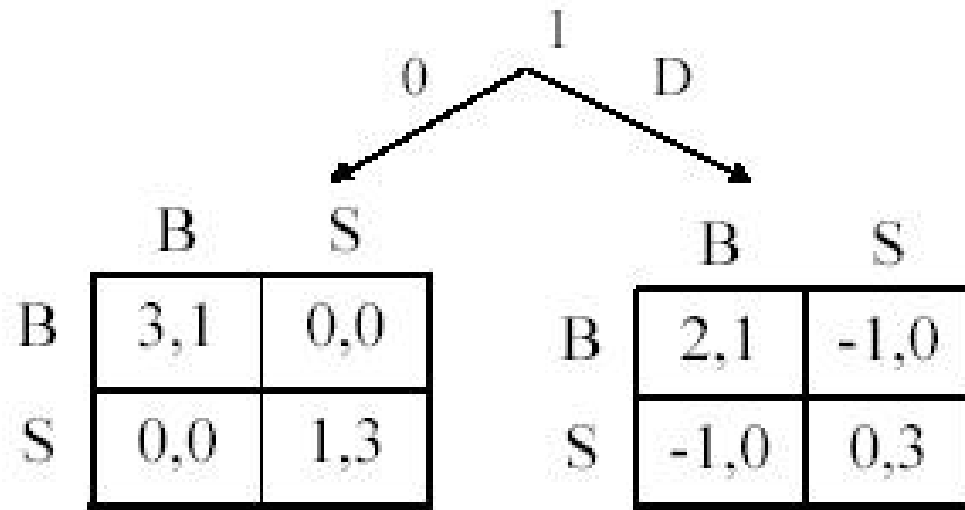
Forte crença na racionalidade

Em qualquer história do jogo, presume-se que cada agente seja racional, se possível. (Isto é, se há duas estratégias, s e s' , de um jogador i consistentes com a história do jogo, e se s é estritamente dominada, mas s' não, nessa história nenhum jogador j acredita que i jogue s .)

Exemplos



Queimando dinheiro



	BB	BS	SB	SS
0B				
0S				
DB				
DS				
O	T	H	E	R

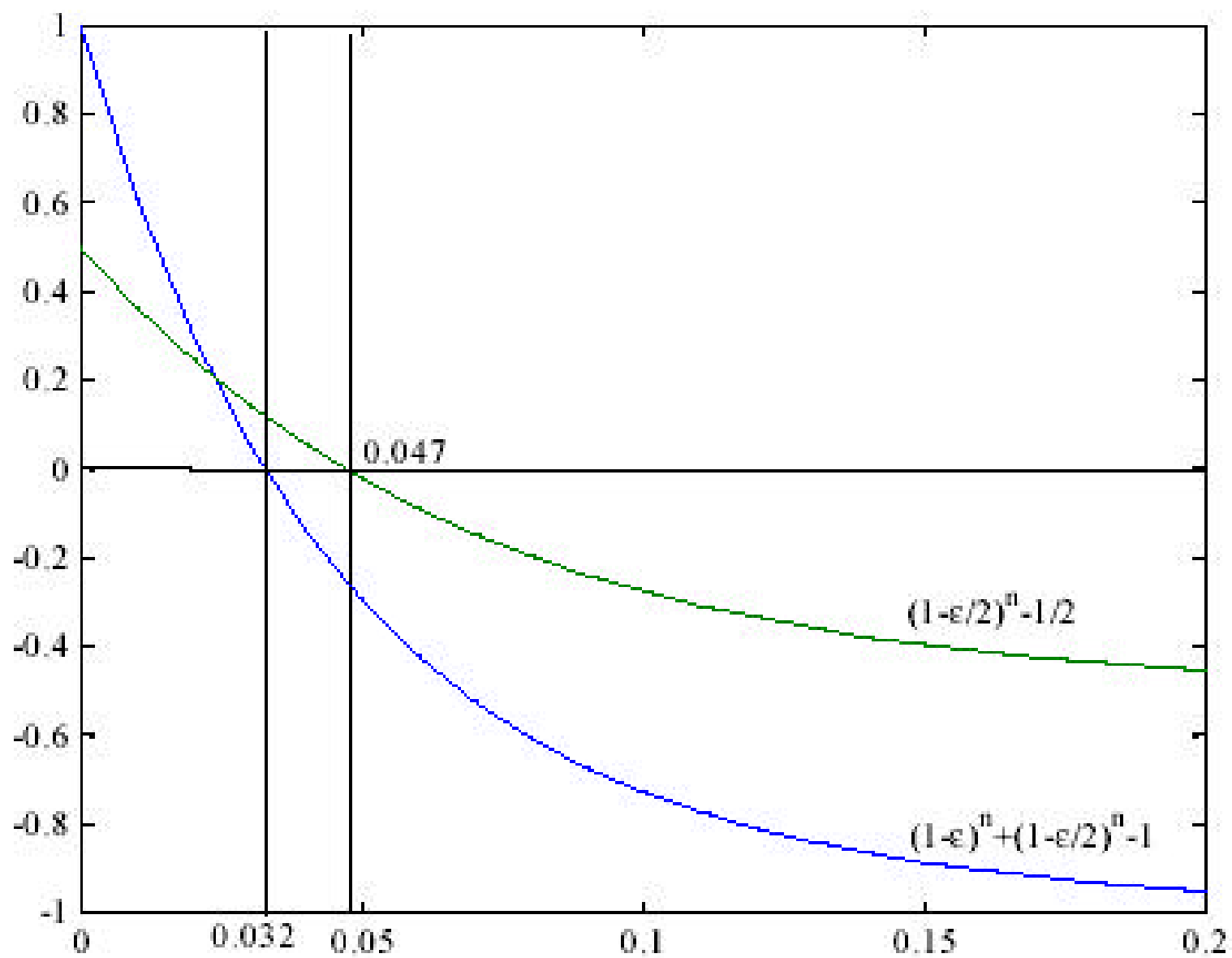
Tabela para o jogo de lance

$$U_i = 20(2 + 2\min_j \text{bid}_j - \text{bid}_i)$$

<div>min bid</div>	1	2	3
1	60	-	-
2	40	80	-
3	20	60	100

Equilíbrios de Nash do jogo de lance

- 3 equilíbrios: s^1 = todos jogam 1; s^2 = todos jogam 2; s^3 = todos jogam 3.
- Presuma que cada jogador tem a probabilidade $\epsilon < 1/2$, e jogue cada estratégia não intencional w.p. $\epsilon/2$, por exemplo, w.p. $\epsilon/2$, ele pensa que outro equilíbrio será jogado.
 - s^3 é um equilíbrio se, e somente se.
 - s^2 é um equilíbrio se, e somente se.
 - s^1 é um equilíbrio se, e somente se.



Jogo de lance com taxa de entrada

Cada participante decidirá, primeiro, se jogará o jogo do lance (E ou X); caso afirmativo, deve pagar uma taxa $p > 60$.

min Bid	1	2	3
1	60	-	-
2	40	80	-
3	20	60	100

Para cada $m = 1, 2, 3$, \exists SPE: (m, m, m) é jogado no jogo de lance, e os participantes fazem o jogo se, e somente se, $20(2+m) \geq p$.

Indução futura: quando $20(2+m) < p$, (E_m) é estritamente dominado por (X_k) . Depois de E, nenhum jogador vai atribuir probabilidade positiva para $\min \text{lance} \leq m$. FI-Equilíbrios: (E_m, E_m, E_m) , onde $20(2+m) \geq p$.

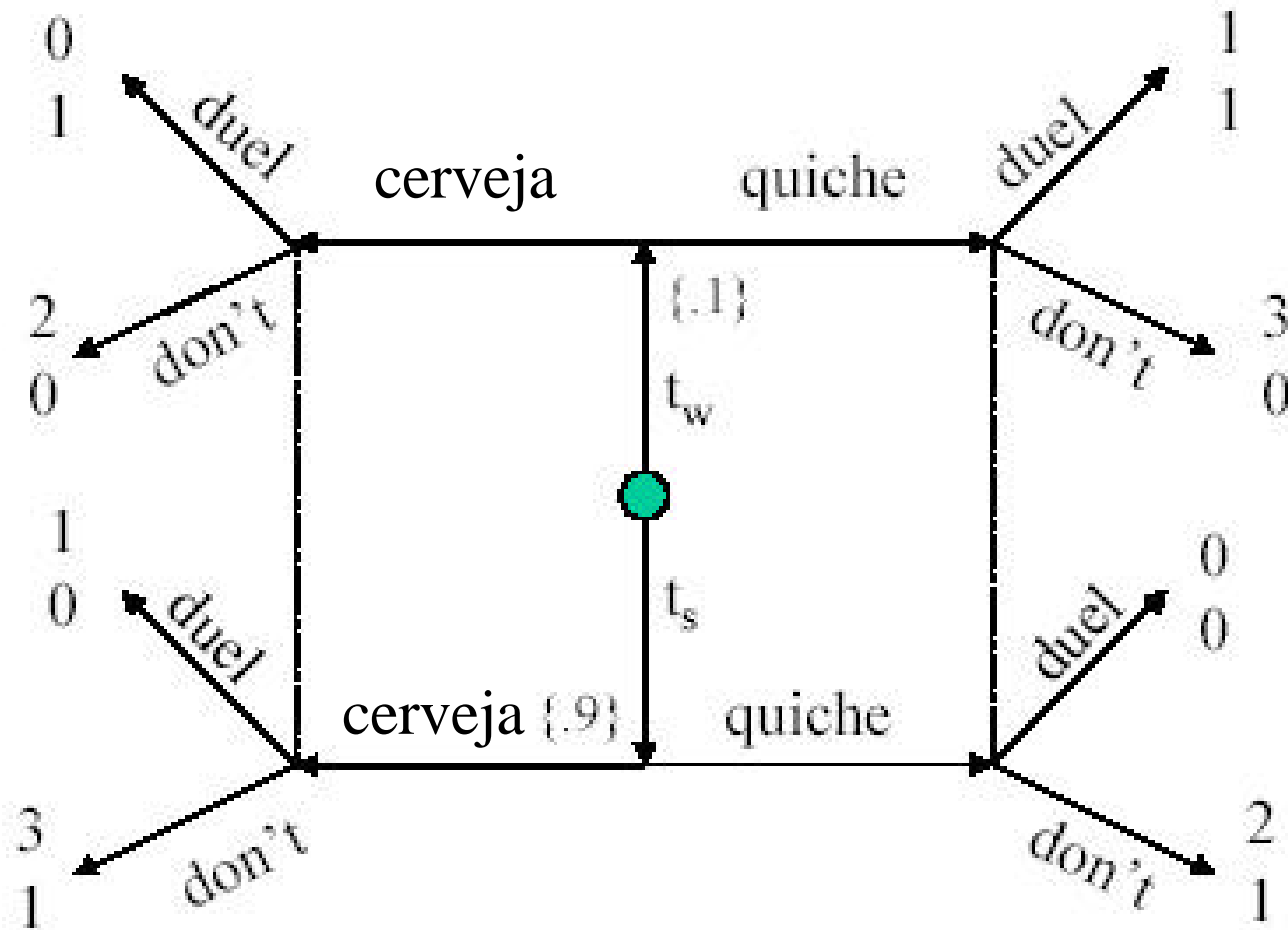
Que tal um leilão antes do jogo de lance?

Sinalização

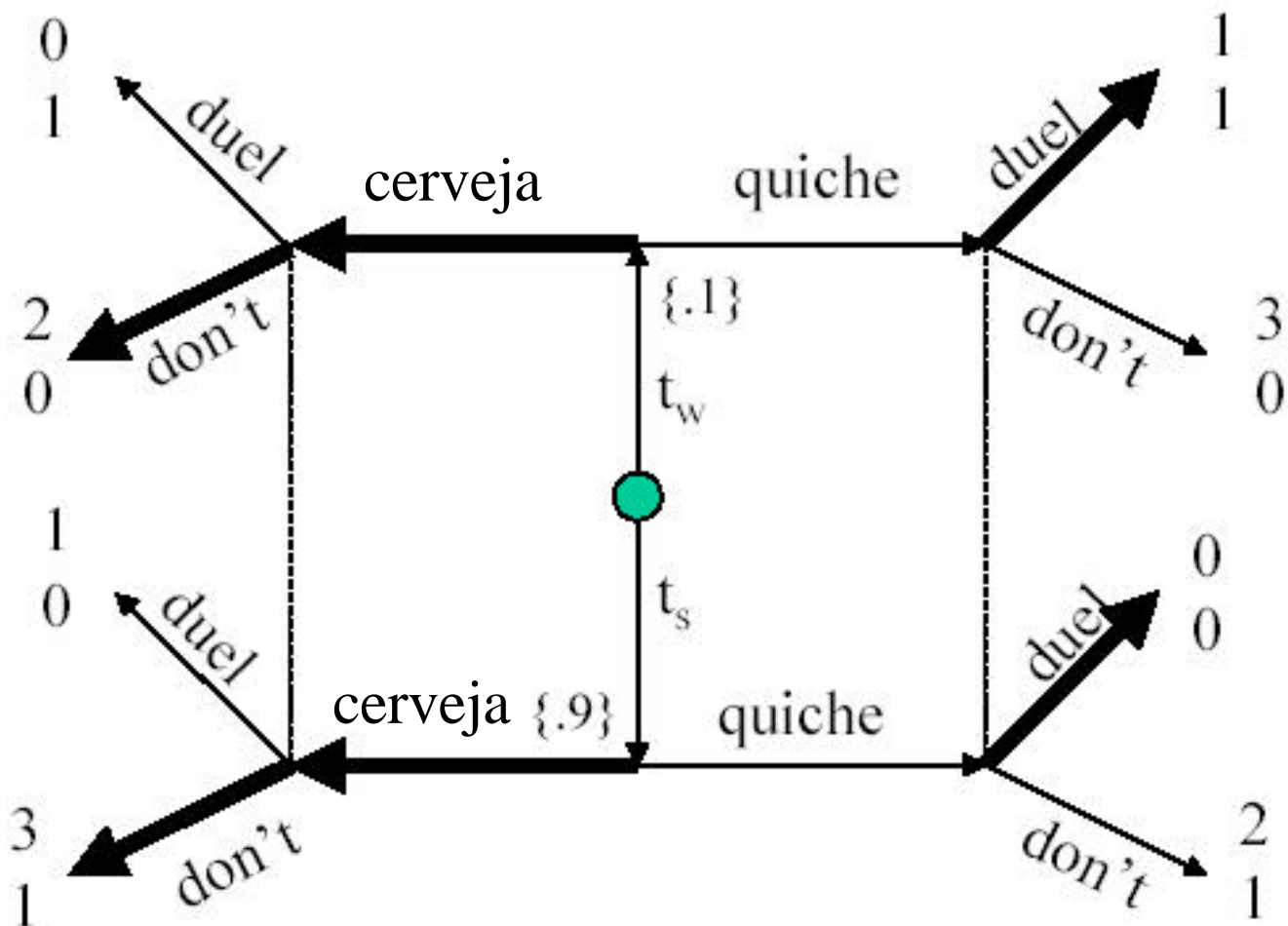
Modelo

- Jogadores: (T)ransmissor, (R)eceptor
 1. A natureza escolhe t de T – a distribuição de probabilidade é π ;
 2. T segue t , e envia mensagem m de um conjunto M ;
 3. R segue m – mas não t – e toma uma medida α ;
 4. S recebe $U^S(t,m,\alpha)$ e R recebe $U^R(t,m,\alpha)$.
- Isso é senso comum.

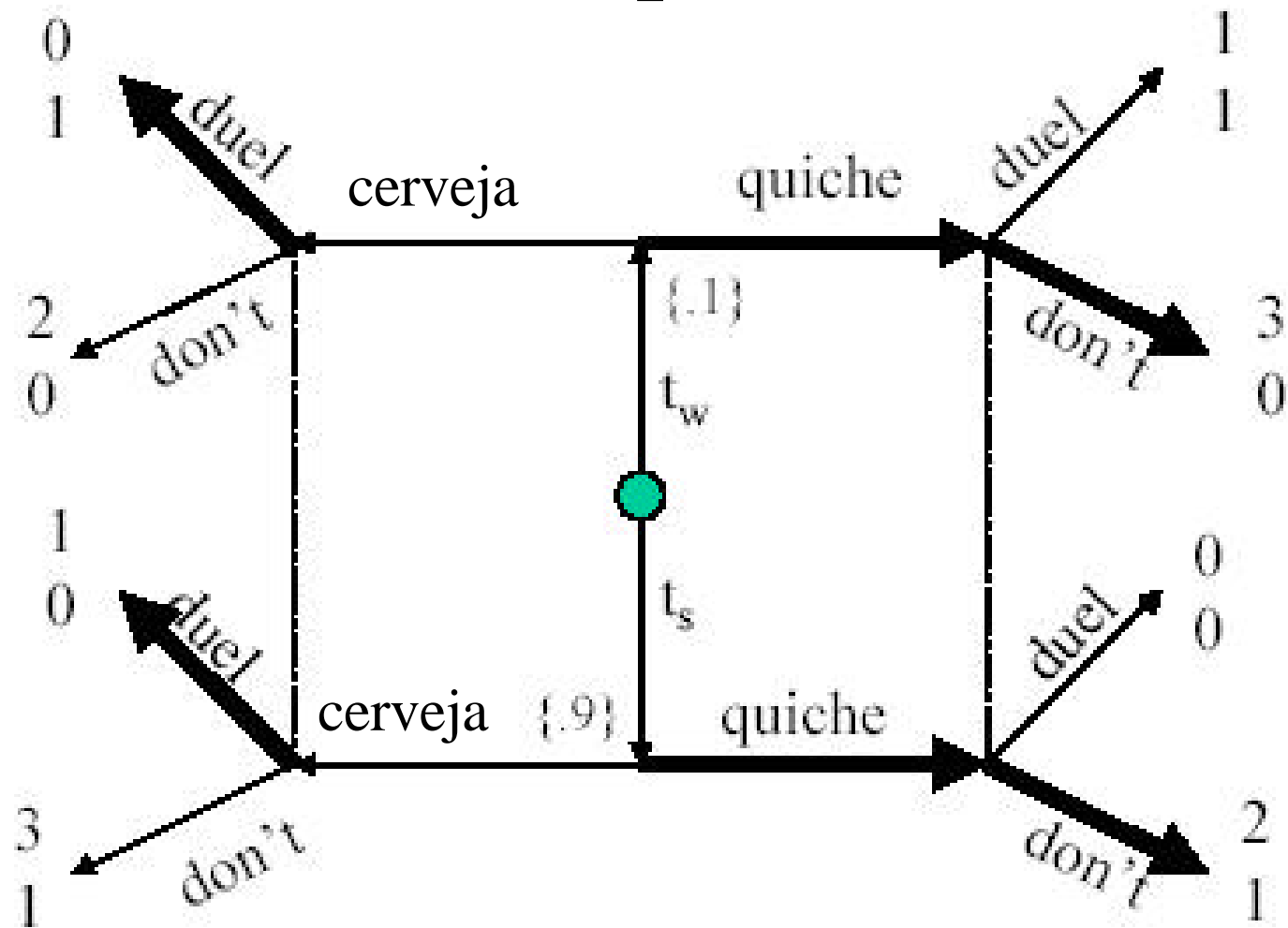
Cerveja – Quiche



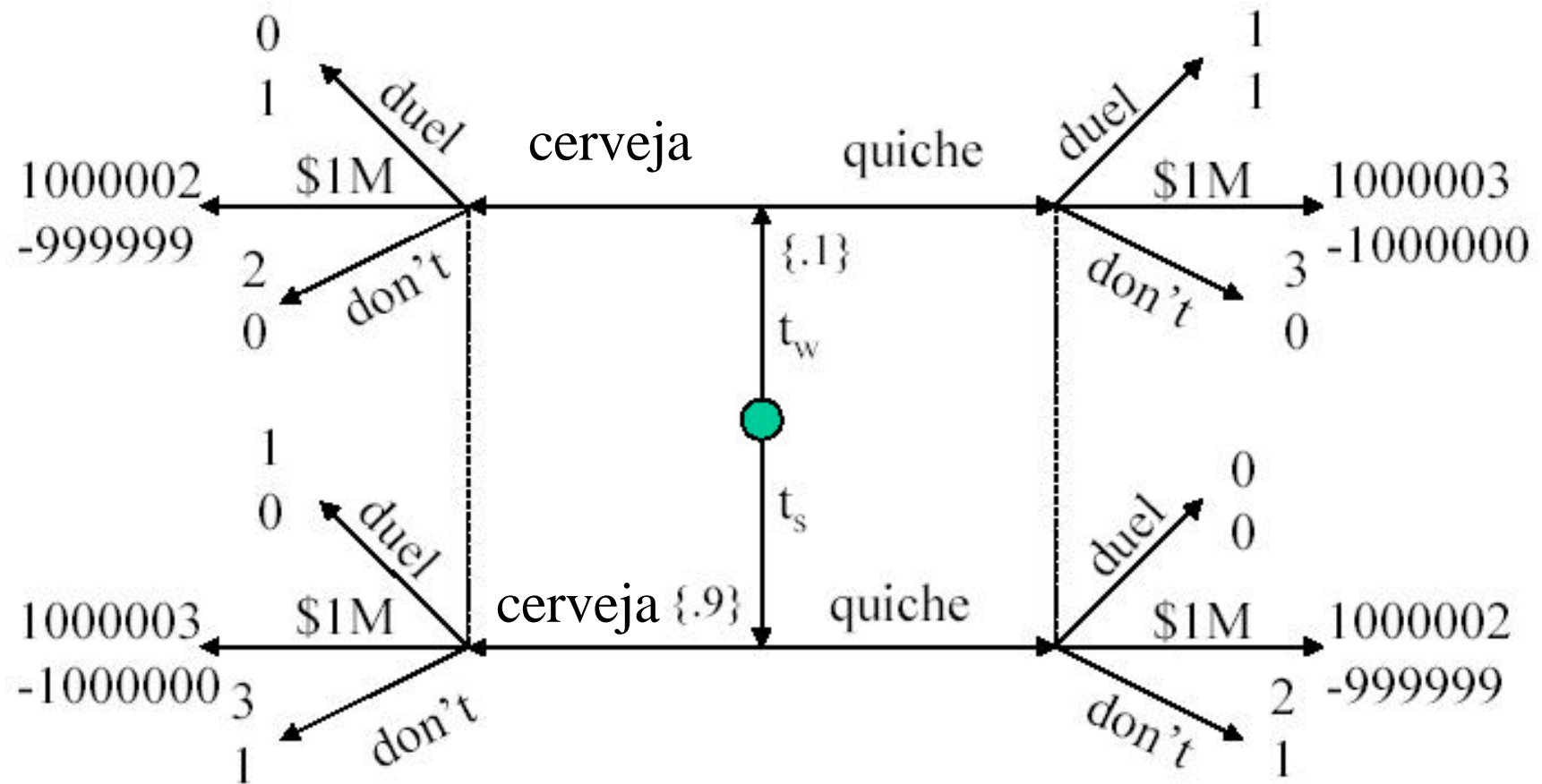
Bom equilíbrio



Mau equilíbrio



Cerveja – Quiche – M



Cho-Kreps

- $T(m)$; $M(t)$; $A(m)$
- Ação estabelecida é finita;
- $\rho(m;t)$ = a probabilidade de t enviar m ;
- $f(a;m)$ = a probabilidade de R escolher a , recebendo m ;
- $BR(\mu, m) = \arg \max_{a \in A(m)} \sum_{t \in T(m)} U^R(t, m, a) \mu(t)$
- Para subconjunto I de T ,

$$BR(I, m) = \bigcup_{\{\mu \mid \mu(I)=1\}} BR(\mu, m)$$
- MBR

Equilíbrio seqüencial

- Crenças:
$$\mu(t | m) = \begin{cases} \frac{\pi(t)\rho(m;t)}{\sum_{t' \in T(m)} \pi(t')\rho(m;t')} & \text{if } \sum_{t' \in T(m)} \pi(t')\rho(m;t') > 0 \\ \text{algo se} & \text{ao contrário} \end{cases}$$
- $\pi(m,t) > 0 \Rightarrow \text{SaUS}(t,m,a)f(a;m)$ é maximizada em m;
- $f(.,m)$ está em $\text{MBR}(\mu(.|m),m)$

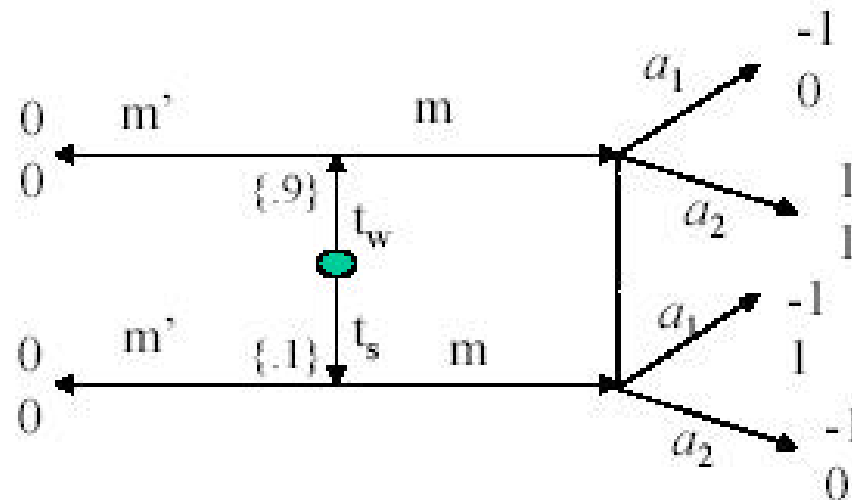
Testando um equilíbrio

- $U^*(t)$ = utilidade esperada do tipo t em equilíbrio;
 1. Escolha um critério, dizendo que uma mensagem particular de desequilíbrio (OEM) não pode ser enviada por algum tipo t . Também diga que a não será aceita em resposta a m se a não está em $BR(T(m), m)$. Repita. $[T^s(m)]$
 2. Para cada OEM m , considere todas as respostas de equilíbrio seqüencial de R para m no jogo original. Se todas forem seqüencialmente racionais, dado $T^s(m)$. Se não, FALHA.

Domínio

- Para qualquer OEM m , elimine t se $\exists m'$ tal que

$$\min_{a \in A(m')} U^S(t, m', a) > \max_{a \in A(m)} U^S(t, m, a)$$



Domínio de Equilíbrio & Critério Intuitivo

Domínio de equilíbrio: \forall OEM m , eliminar (t, m) se

$$U^*(t) > \max_{a \in A(m)} U^S(t, m, a).$$

Critério Intuitivo: \forall OEM m , definir

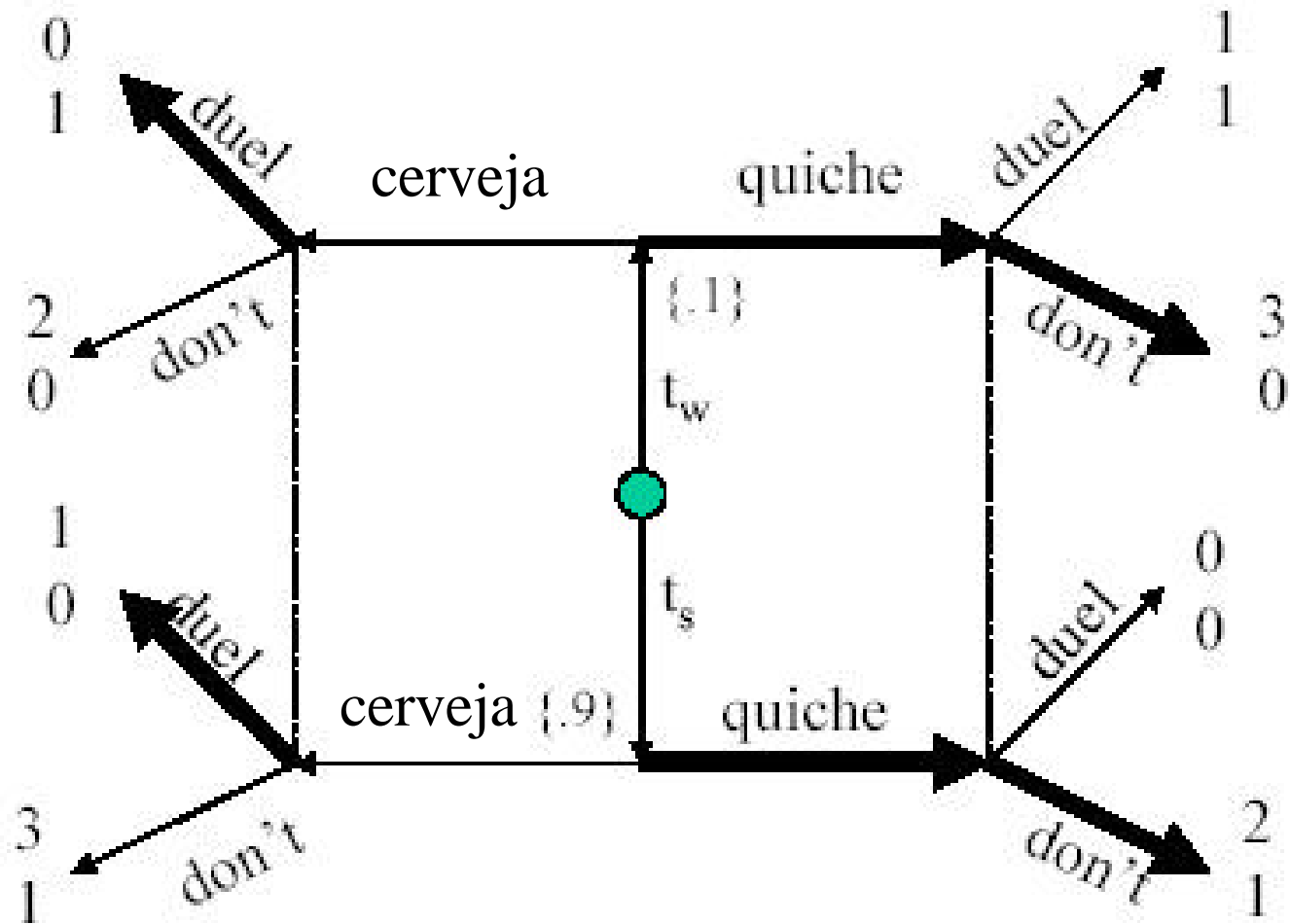
$$\tilde{T}(m) = \{t \mid U^*(t) > \max_{a \in BR(T(m), m)} U^S(t, m, a)\}.$$

Se $\exists(t', m)$ tal que

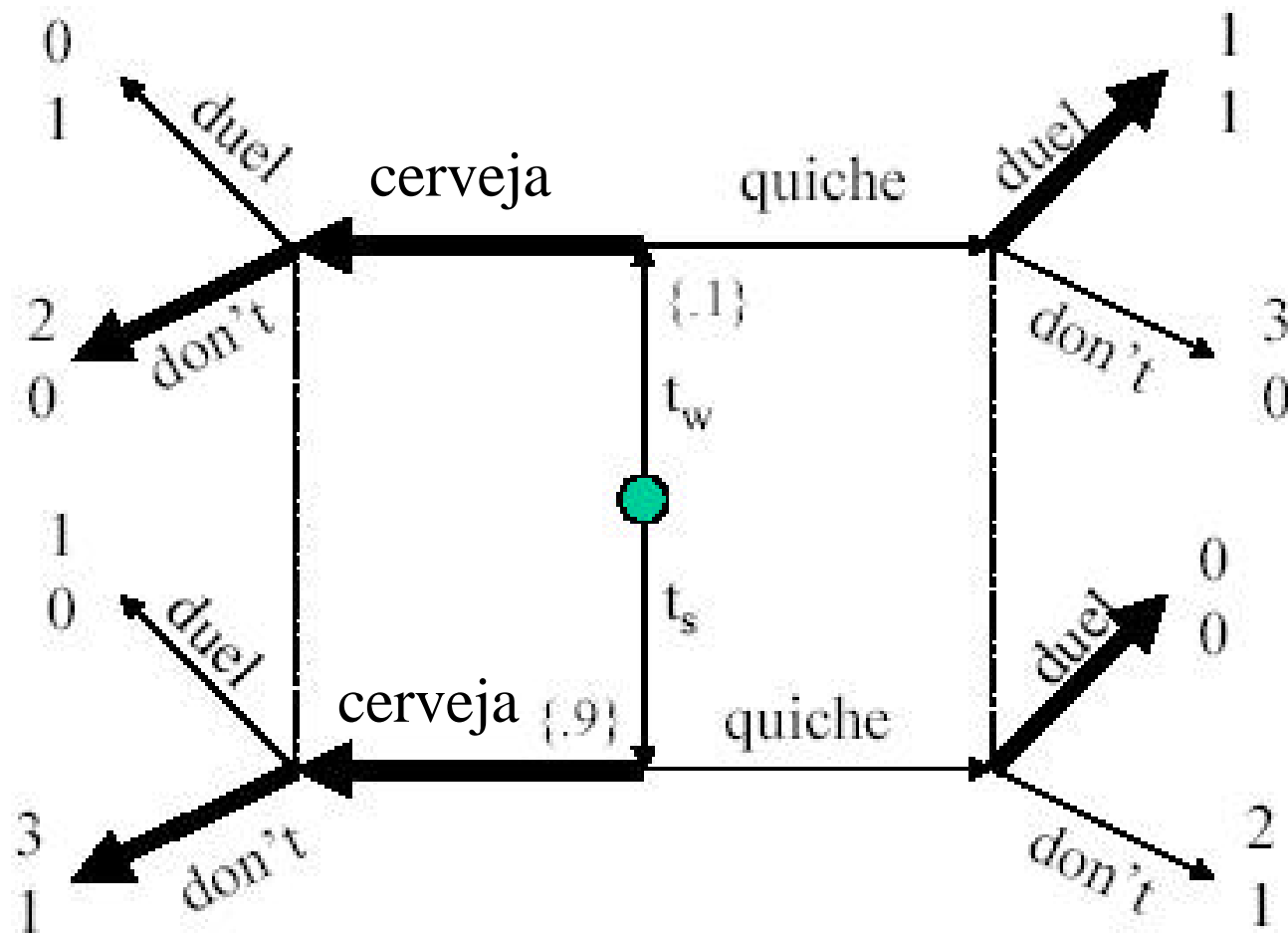
$$U^*(t') < \min_{a \in BR(T(m) \setminus \tilde{T}(m), m)} U^S(t', m, a),$$

Então o equilíbrio falha pelo Critério Intuitivo.

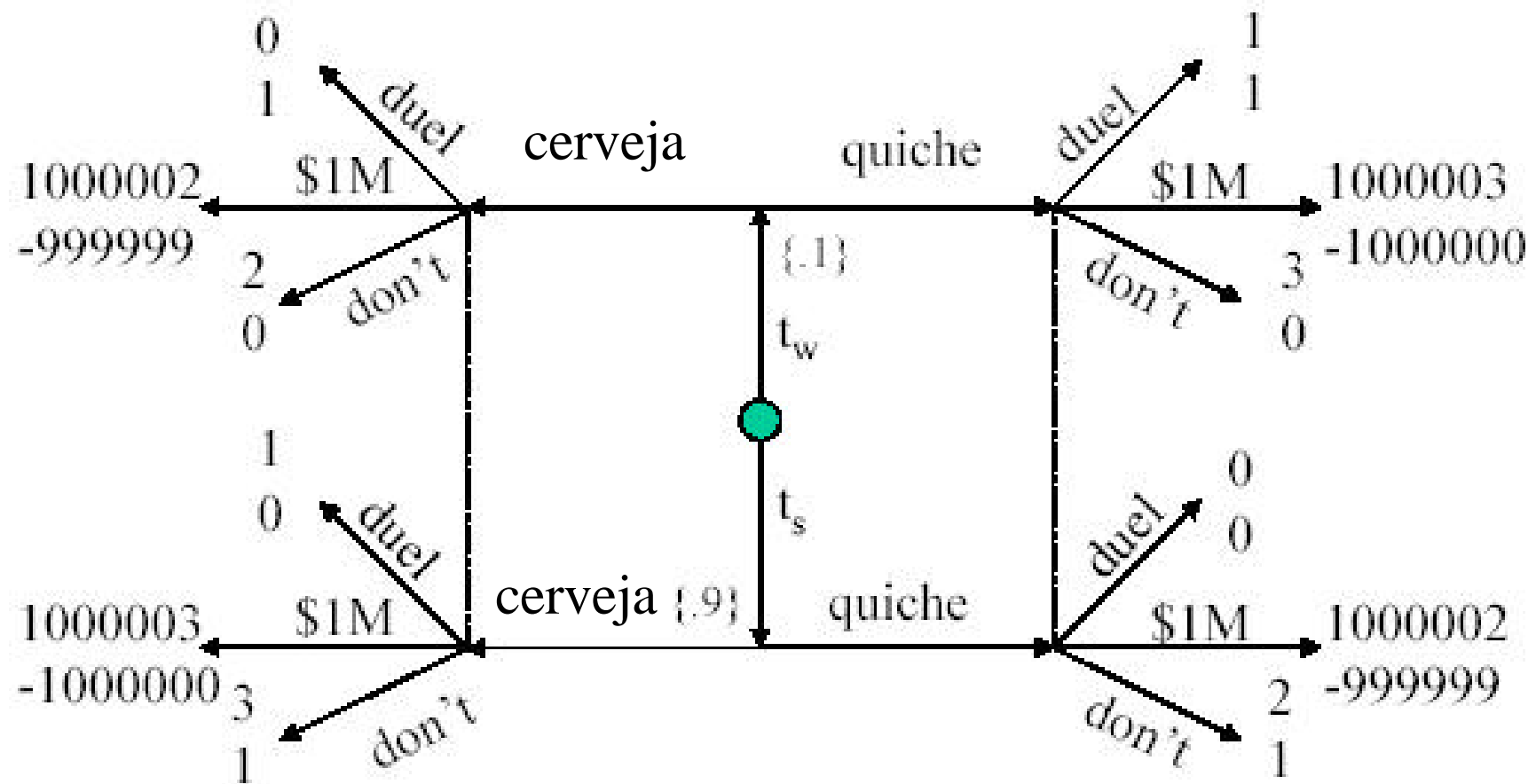
Mau equilíbrio



Bom equilíbrio

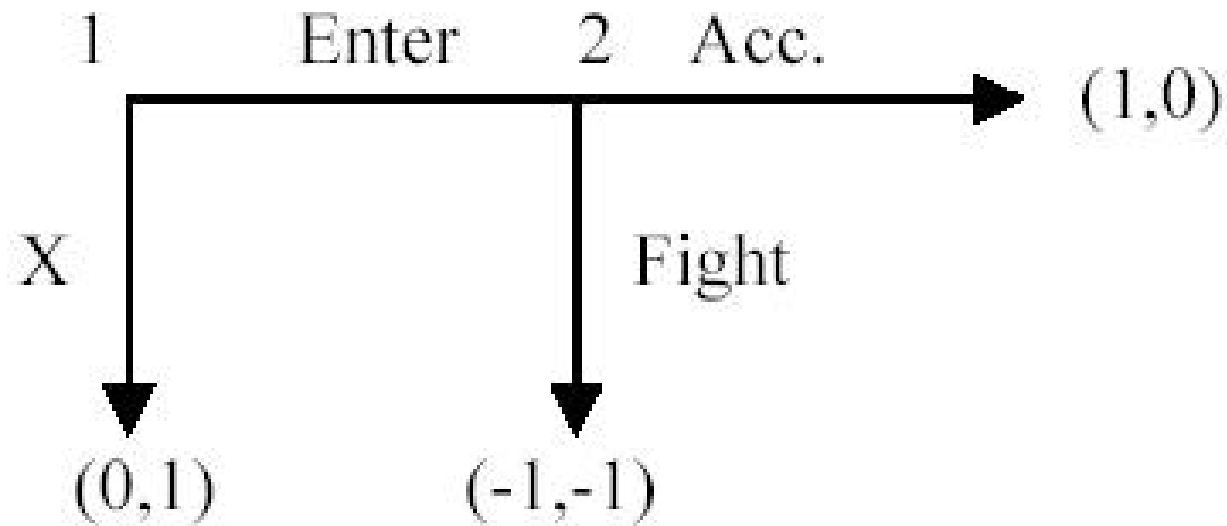


Cerveja – Quiche – M

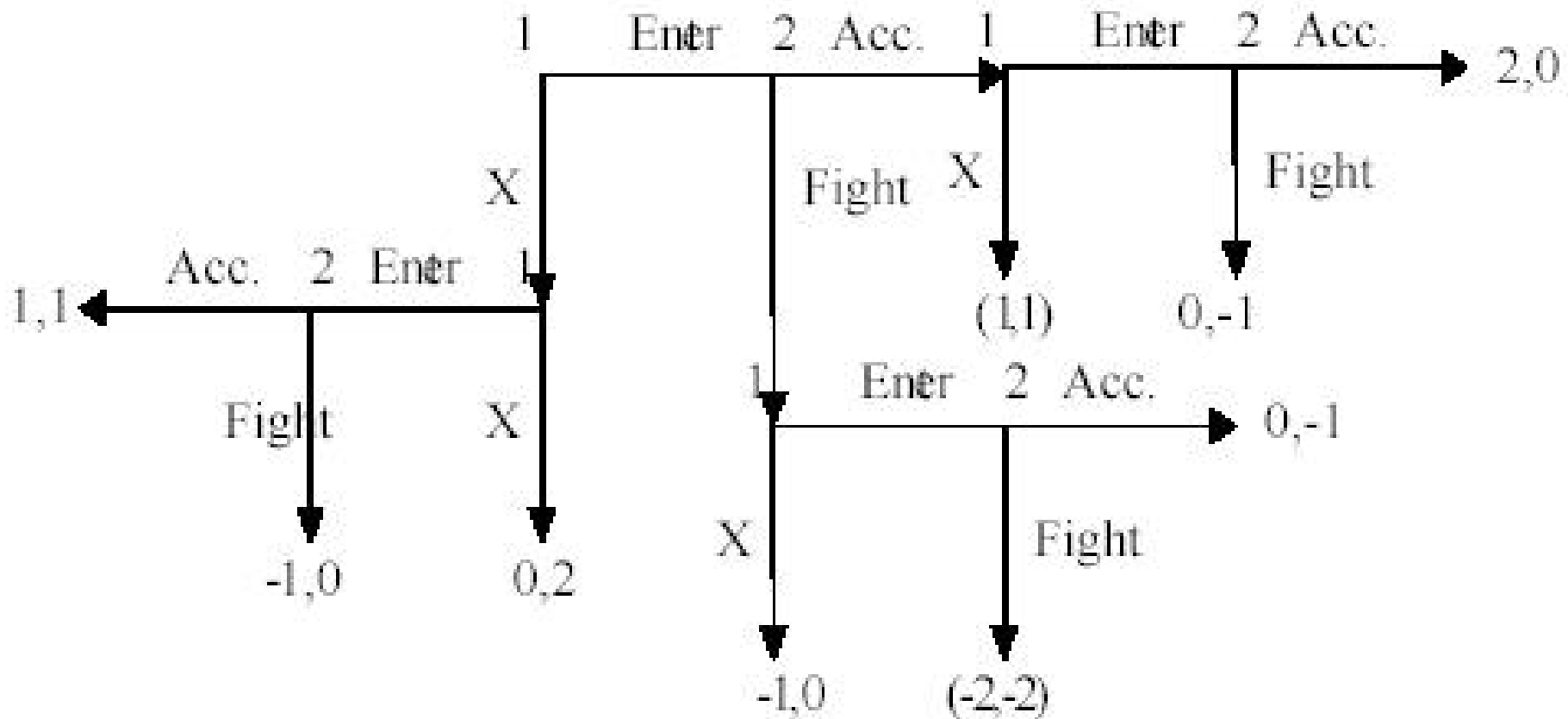


Reputação

Impedimento de entrada

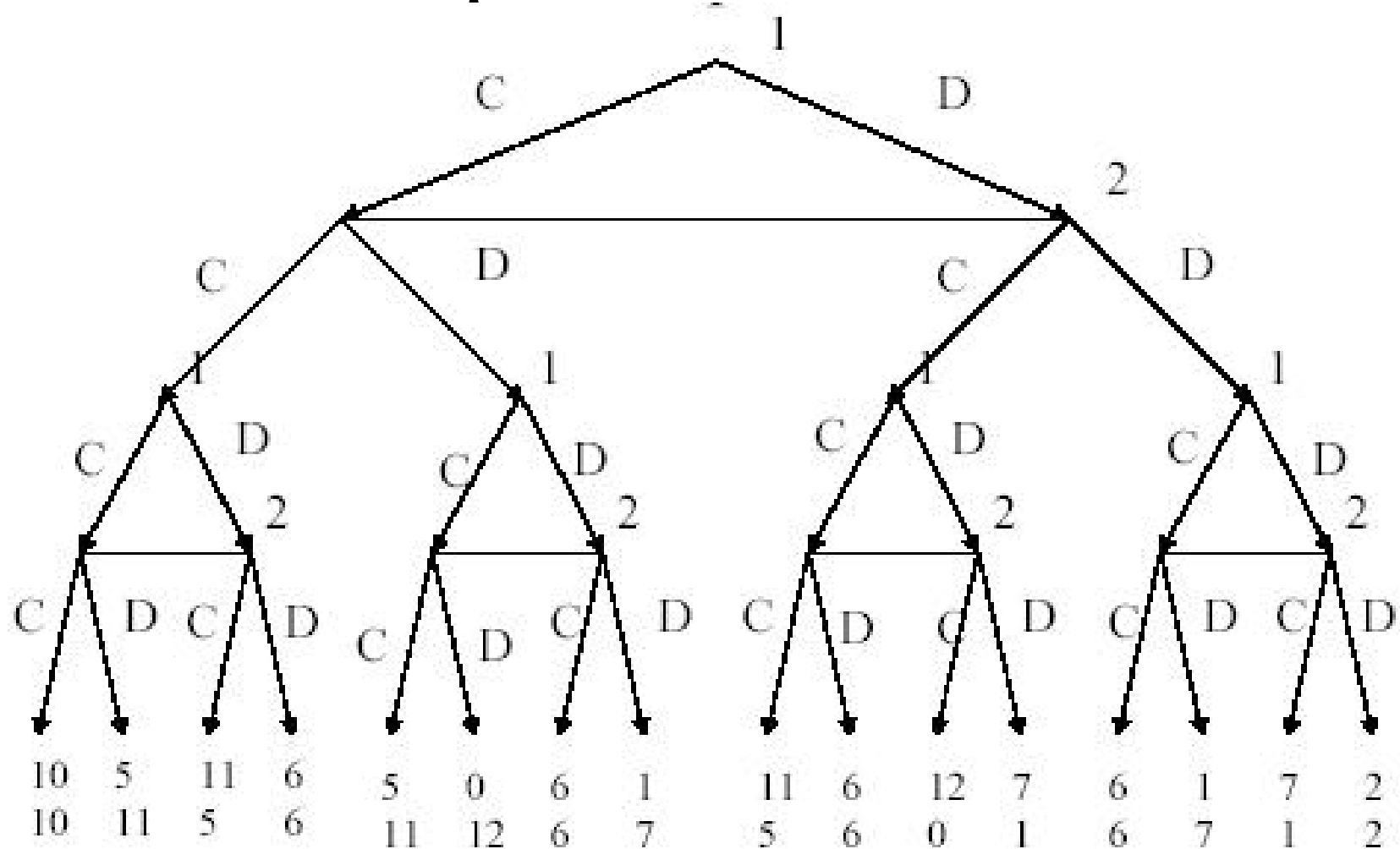


Impedimento de entrada, repetido duas vezes, muitas vezes



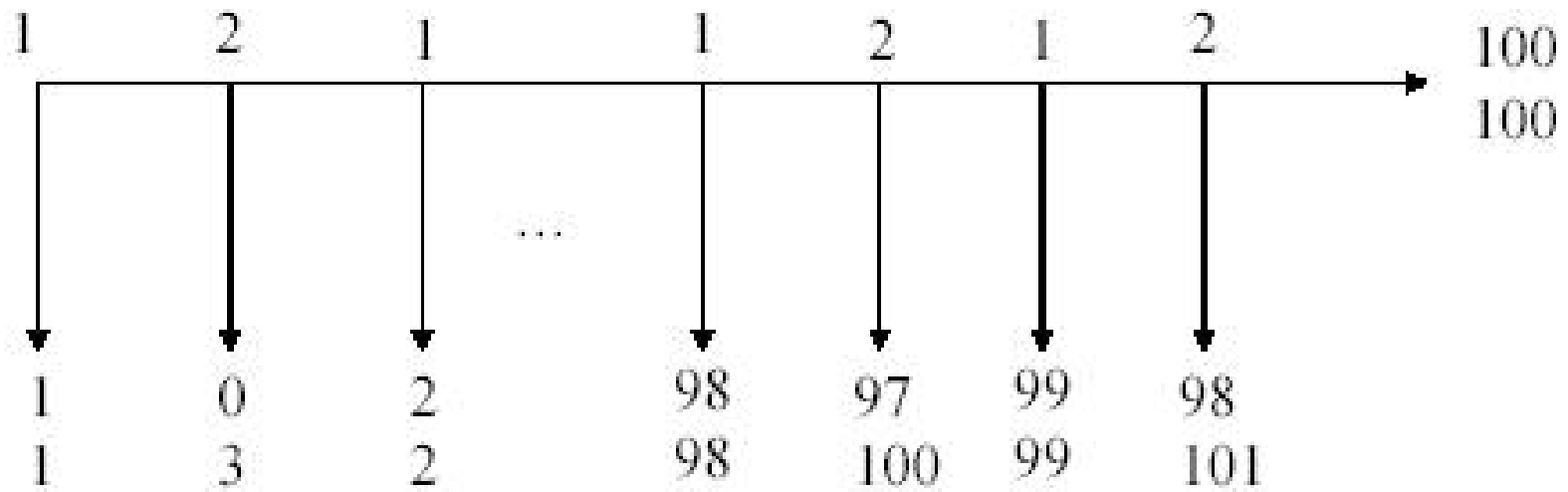
O que aconteceria se repetido n vezes?

PD repetido duas vezes

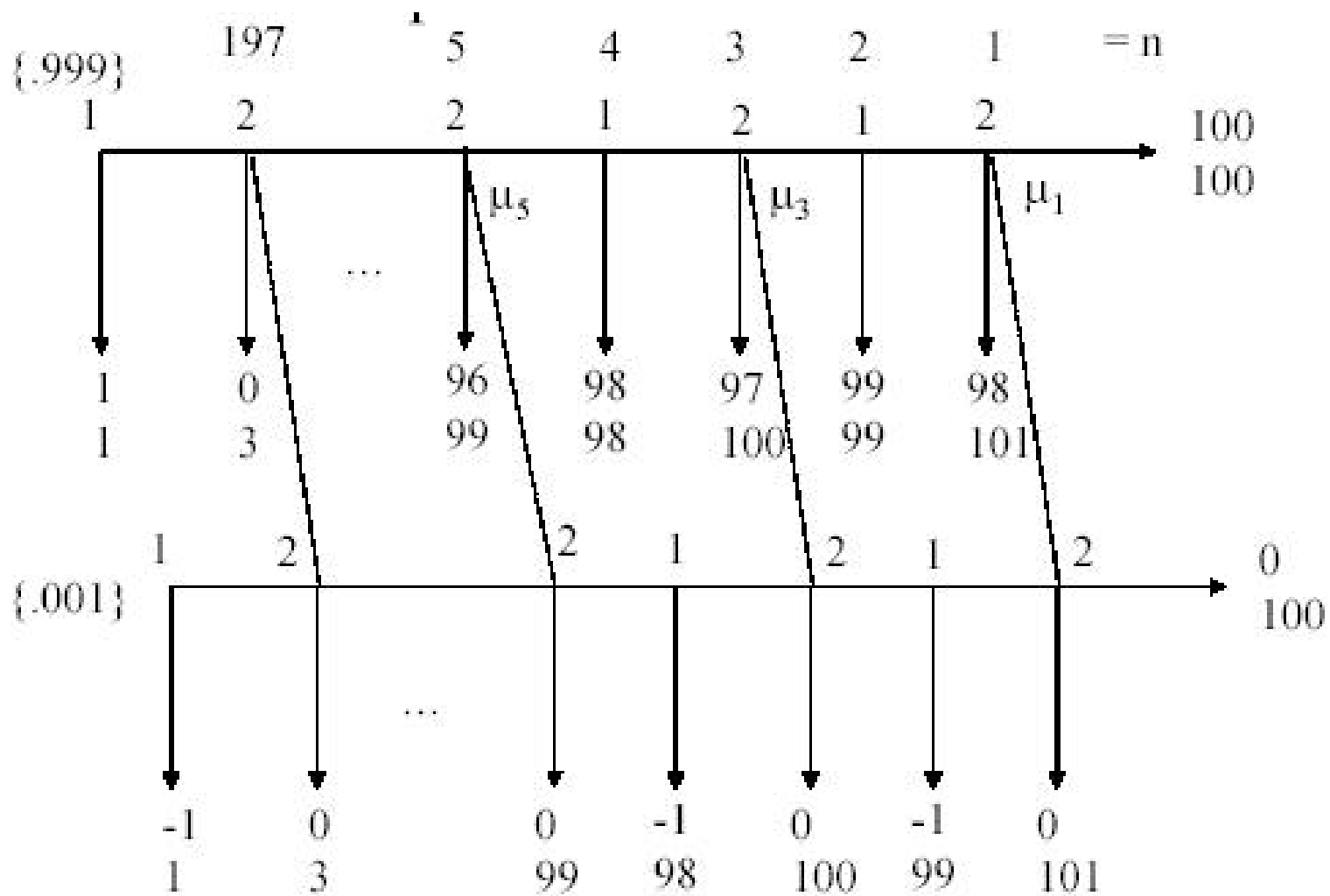


O que aconteceria se $T = \{0, 1, 2, \dots, n\}$?

Jogo da Centopéia



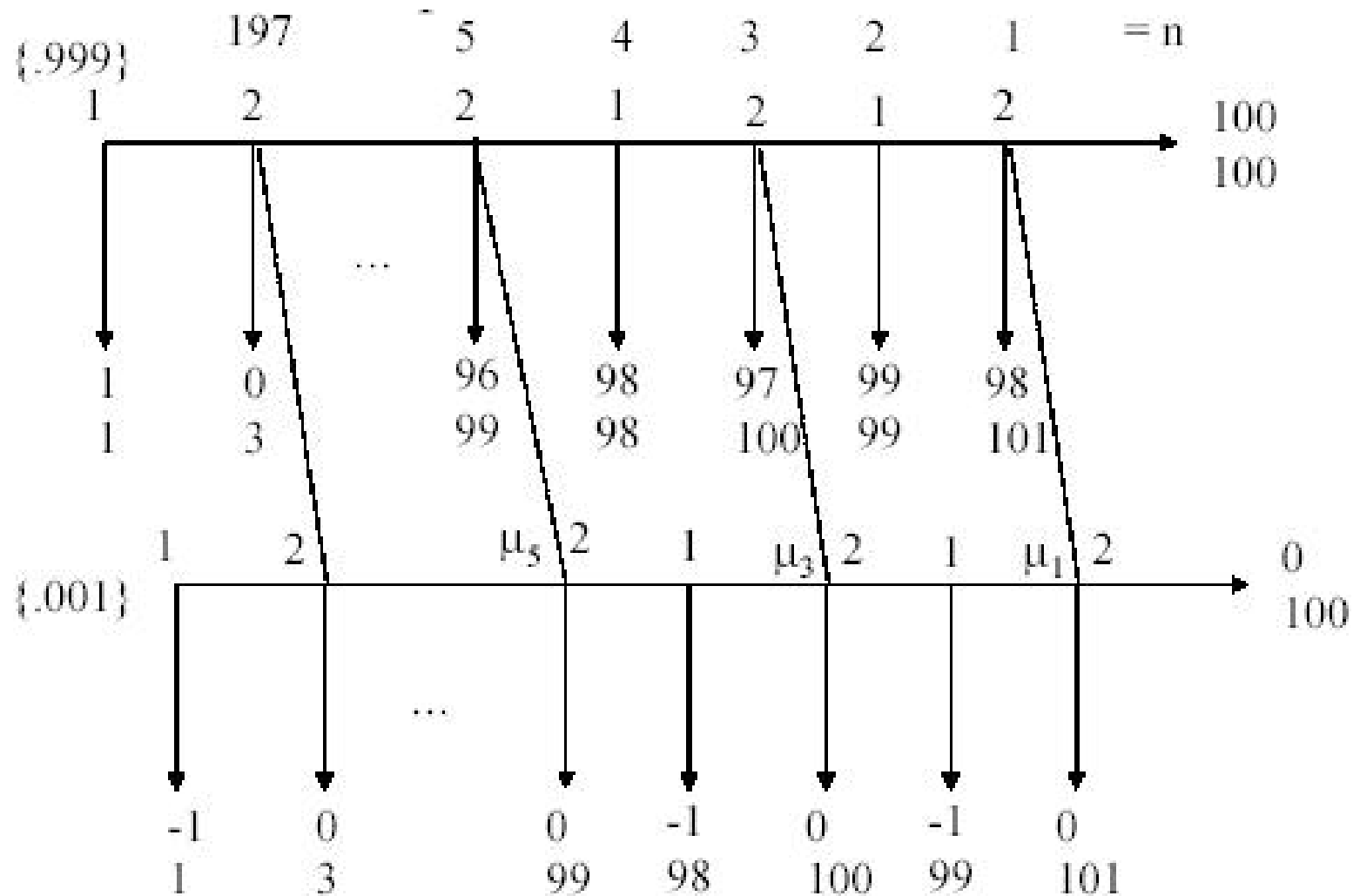
Jogo da Centopéia – com dúvida



Fatos sobre a Centopéia

- Todo conjunto de informação em 2 é atingido com probabilidade positiva.
- 2 sempre atravessa com probabilidade positiva.
- Se 2 prefere estritamente atravessar em n , então
 - 1 deve estritamente preferir atravessar em $n+1$,
 - 2 deve estritamente preferir atravessar em $n+2$,
 - seu posterior em n é o seu anterior.
- Para qualquer $n > 2$, 1 atravessa com probabilidade positiva. Se 1 atravessa w/p em n , então o posterior de 2 em $n-1$ é seu anterior.

Jogo da Centopéia – com dúvida

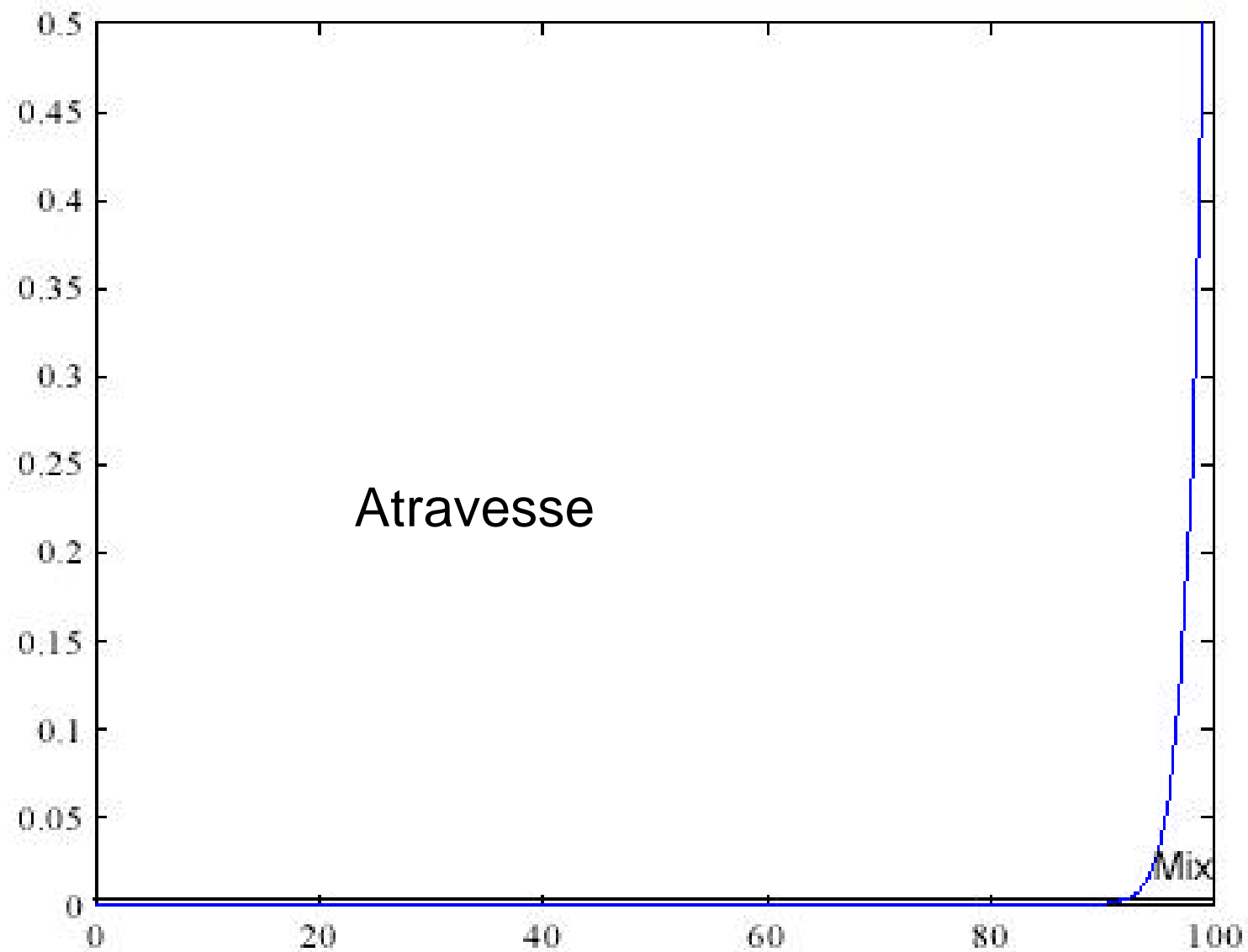


Se o ganho de 2 em qualquer n é x e 2 está misturando, então

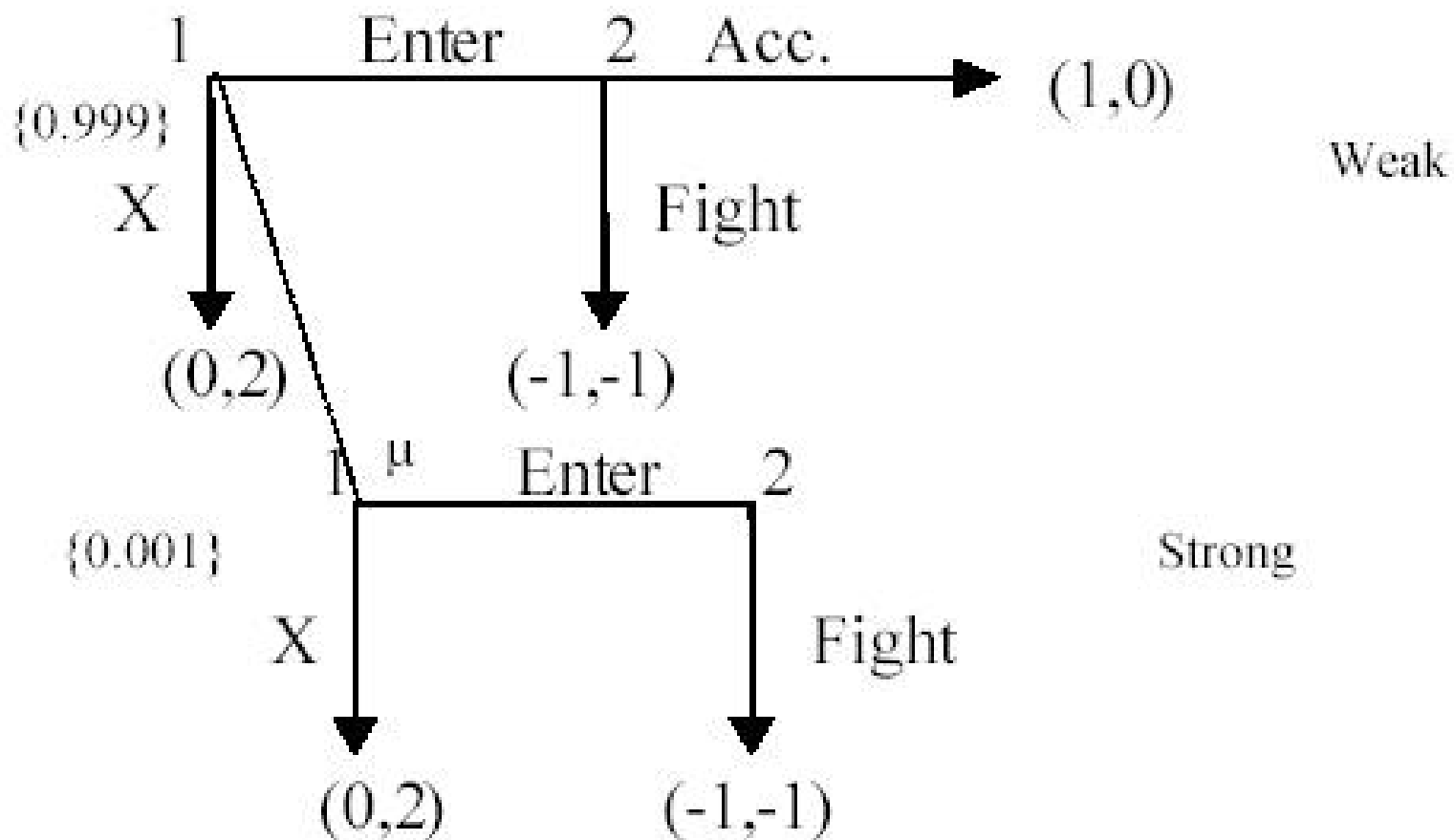
$$\begin{aligned}x &= \mu_n(x+1) + (1-\mu_n)[(x-1)p_n + (1-p_n)(x+1)] \\&= \mu_n(x+1) + (1-\mu_n)[(x+1) - 2p_n] \\&= x+1 - 2p_n(1-\mu_n) \\&\Leftrightarrow (1-\mu_n)p_n = 1/2\end{aligned}$$

$$\mu_{n-1} = \frac{\mu_n}{\mu_n + (1-\mu_n)(1-p_n)} = \frac{\mu_n}{\mu_n + (1-\mu_n) - p_n(1-\mu_n)} = 2\mu_n$$

$$\mu_n = \frac{\mu_{n-1}}{2}$$



Impedimento de entrada com dúvida



Impedimento de entrada com dúvida

- Titular está como antes.
- Cada dia há um novo estreante.
- Dois tipos de estreante:
 - $W/p \ q < 1/2$, forte, $u(\text{entra}, \text{luta}) = 1$;
 - $W/p \ 1-q$, fraco, $u(\text{entra}, \text{luta}) = 1$.

Equilíbrio seqüencial

- Estreante forte (tE) sempre entra; titular forte (sI) sempre luta.
 - Se qualquer estreante (E) está acomodado; torna-se senso comum que o titular (I) é fraco...
 - No último período,
 - wI se acomoda
 - wE entra se, e somente se,

$$-1\mu_0 + (1 - \mu_0) \geq 0 \Leftrightarrow \mu_0 \leq 1/2$$
- Se $\mu_0 < 1/2$, em $n=1$, wI se acomoda $\Rightarrow \mu_0 = 1$.
- se $\mu_0 > 1/2$ em $n=1$, wI luta $\Rightarrow \mu_0 = 0,001$
 - $\mu_0 < 1/2$.

- $\mu_0 = \mu_1 / (\mu_1 + \phi_1(1-\mu_1)) = 1/2$

$$\Leftrightarrow \mu_1 = \phi_1(1-\mu_1)$$

$$\Rightarrow \text{Prob}(\text{fight}|\mu_1) = 2\mu_1.$$

\Rightarrow em $n=1$, wE entra se e somente se

$2\mu_1 < 1/2$, isto é, $\mu_1 < 1/4$.

- Da mesma forma, $\mu_1 < 1/4$.
- Proceda como antes.